命 题

一、基础知识

1．命题的概念

用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题．其中判断为真的语句叫做真命题，判断为假的语句叫做假命题.

一个命题要么是真命题，要么是假命题，不能模棱两可。

业太教育
YATAI EDUCATION

命 题

2．四种命题及其相互关系



YATAI EDUCATION

命 题

3．充分条件、必要条件与充要条件

(1)如果p⇒q，则p是q的充分条件；

①A是B的充分不必要条件是指：A⇒B且BA；

②A的充分不必要条件是B是指：B⇒A且AB，在解题中要弄清它们的区别，以免出现错误.

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

(2)如果q⇒p，则p是q的必要条件；

(3)如果既有p⇒q，又有q⇒p，记作p⇔q，则p是q的充要条件.

充要关系与集合的子集之间的关系

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

设$A=\{x|p(x)\}$，$B=\{x|q(x)\}$，

①若$A\subseteq B$，则p是q的充分条件，q是p的必要条件.

②若$A\subsetneq B$，则p是q的充分不必要条件，q是p的必要不充分条件.

③若$A=B$，则p是q的充要条件.

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

【例 1】 用充分条件、必要条件、充要条件填空:

(1)x 是自然数是 x 为整数的:_____ (2)x>2 是 x>5 的: _____

(3)A=∅ 是 A∪B=B 的:_____ (4)x∈A 是 x∈A∩B 的:_____

(5)|a|=|b|是 a 2=b 2的: _____ (6)|x|>x 是 x<0 的:_____

【点评】 理解如果由 p 推出 q(p⇒q),就说 p 是 q 的充分条件;或者说 q 是 p 的必要条件含义;同时考虑问题要全面,命题“p⇒q”为真,“q⇒p”是否真?另外要通过举反例说明.如(2)x>2,取 x=3,显然 3>2,但不能推出 3>5;然而 x>5,却必定能推出 x>2,因此 x>5 是 x>2 的充分条件;也即为 x>2 是 x>5 的必要条件.

【答案】

(1)充分条件;(2)必要条件;(3)充分条件; (4)必要条件;(5)充要条件;(6)充要条件

亚太教育 YATAI EDUCATION

命 题

【例 2】

(1)$x^2<1$ 是 $x<1$ 的（ ）

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

解析：选B 小范围推出大范围

亚太教育
YATAI EDUCATION

命　题

【例 3】

“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的(　　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

答案：D

解析：由$a>b \not\Rightarrow a^2>b^2$，且$a^2>b^2 \not\Rightarrow a>b$，所以$a>b$是$a^2>b^2$的既不充分也不必要条件．故选D.

亚太教育 YATAI EDUCATION

命　题

【例 4】

(多选题)下列命题为真命题的是(　　)

A．任意实数的平方大于或等于0

B．对任意实数a，二次函数$y=x^2+a$的图象关于y轴对称

C．存在整数x，y，使得$2x+4y=3$

D．存在一个无理数，它的立方是有理数

答案：ABD

解析：A、B为真命题；C为假命题，因为$2x+4y=2(x+2y)$必为偶数；D为真命题，如$x=\sqrt[3]{2}$，$x^3=2\in Q$.故选ABD.

亚太教育
YATAI EDUCATION

命　题

【例 5】

使不等式$x-3>0$成立的一个充分不必要条件是(　　)

A．$x>3$

B．$x>4$

C．$x>2$

D．$x\in\{1,2,3\}$

答案：B

解析：$x>4\Rightarrow x-3>0$，而 $x-3>0 \not\Rightarrow x>4$.所以使不等式 $x-3>0$ 成立的一个充分不必要条件为 $x>4$.故选 B.

亚太教育 YATAI EDUCATION

命　题

【例 6】

如果a，b，$c\in\mathbf{R}$，那么“$b^2>4ac$”是“方程$ax^2+bx+c=0$有两个不等实根”的(　　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

答案：B

解析：由条件“$b^2>4ac$”得：当$a=0$时，$b^2>0$，原方程为一次方程$bx+c=0(b\neq0)$，只有一个实数解，推不出结论，所以充分性不成立；反过来，若方程$ax^2+bx+c=0$有两个不等实根，则$a\neq0$，$\Delta=b^2-4ac>0$，可以推出$b^2>4ac$，所以必要性成立．由上可知，“$b^2>4ac$”是“方程$ax^2+bx+c=0$有两个不等实根”的必要不充分条件．故选B.

命　题

【例 7】

已知p：$x>1$或$x<-3$，q：$x>a$，若q是p的充分不必要条件，则a的取值范围是(　　)

A．$[1，+\infty)$

B．$(-\infty，1]$

C．$[-5，+\infty)$

D．$(-\infty，-3)$

答案：A

解析：

方法一　设$P=\{x|x>1$或$x<-3\}$，$Q=\{x|x>a\}$，因为q是p的充分不必要条件，所以Q P，因此$a\geqslant 1$.

方法二　令$a=-3$，则q：$x>-3$，则由命题q推不出命题p，此时q不是p的充分条件，排除B，C；同理，取$a=-4$，排除D.故选A.

命 题

【同步训练】

一、选择题

1.a>b 是 $a^2>b^2$的（D）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

2.x=y 是|x|=|y|的（A）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

3.α=β是 sinα=sinβ的（A）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.等价关系

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

4.$x^2-9=0$ 是 $x-3=0$ 的（B）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

5.“$x^2+(y-2)^2=0$”是“$x(y-2)=0$”的(A)

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

6.若 M、N 为非空集合,那么 $M \cup N=M$ 是 $N \subsetneq M$ 的(B)

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

7.$1<x<4$ 是$|x-2|<3$ 的（C）

A.充要条件

B.必要条件

C.充分条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

8.“$|a|=3$”是“a=-3”的（ B ）

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

9.命题p：x^2-x-2＜0 是命题 q：0＜x＜1 的（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分又不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

10.设$x\in\mathbf{R}$，则“$|x+1|<2$”是“$\lg x<0$”的(　B　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

11.设$a\in\mathbf{R}$，则“$a>1$”是“$a^2>a$”的(　A　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

12.设平面向量a，b，c为非零向量，则“$a\cdot(b-c)=0$”是“$b=c$”的(　B　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

13.sinα=sinβ是α=β 的（B）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.等价关系

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

14. “a=-3”是$|a|=3$的（ A ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

15.设$a\in\mathbf{R}$，则“$a^2>a$”是“$a>1$”的(　B　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

16.如果a，b，$c\in\mathbf{R}$，那么“方程$ax^2+bx+c=0$有两个不等实根”是“$b^2>4ac$”的(　A　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

17. $x-3=0$ 是$x^2-9=0$ 的（A）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION

命 题

18.|x|=|y| 是x=y的（B）

A.充分条件

B.必要条件

C.充要条件

D.既非充分也非必要条件

亚太教育
YATAI EDUCATION